



Estudo e análise da Transformação *Bürsa-Wolf* com correção residual

Joana OLIVEIRA¹, Carlos ANTUNES² e AgostinhoFREITAS³

¹ Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

²IDL - Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

³ Instituto Geográfico do Exército

(jom.roliveira@gmail.com; cmantunes@fc.ul.pt; agostinhofreitas@gmail.com)

Palavras-chave: Geodesia, Transformação de coordenadas, Grelhas, *Bürsa-Wolf* com correção residual

Resumo: No âmbito de um estágio efetuado no Instituto Geográfico do Exército, realizou-se um estudo comparativo de métodos de transformação de coordenadas, inserido na primeira fase do projeto MEDIR daquela instituição. O estudo consistiu na análise de novos métodos e metodologias para a transformação de coordenadas da informação geográfica para o sistema de coordenadas PT-TM06. Habitualmente, os métodos de transformação de coordenadas são aplicados com um único conjunto de parâmetros em todo o território nacional continental, apresentando, em geral, erros significativos nas coordenadas transformadas. Para contornar esse problema, no Instituto Geográfico do Exército a transformação de coordenadas é efetuada por blocos, que, apesar de ser uma metodologia eficaz e com erros significativamente menores, implica um complicado trabalho adicional na estimativa de parâmetros para cada bloco e uma maior complexidade de cálculo na sua aplicação. Neste estudo, foi aplicado o conceito do método das grelhas a uma transformação convencional, originando o método *Bürsa-Wolf* com correção residual. Com um único conjunto de parâmetros para o território nacional é possível aplicar localmente a transformação sem a necessidade de se efetuar o cálculo de parâmetros adicionais, aplicando para isso o método das grelhas aos resíduos da transformação. Deste modo, obtém-se uma transformação mais rápida e com uma melhoria significativa da precisão. Acoplado ao algoritmo já existente, calcularam-se grelhas dos resíduos da estimação dos parâmetros da transformação *Bürsa-Wolf* e por interpolação local aplicou-se uma correção residual às coordenadas transformadas. A estatística da transformação de 959 pontos de primeira e segunda ordem mostra que 90% da amostra dos erros das coordenadas transformadas, em cada uma das componentes, está localizada entre os -6 cm e os 6 cm. Os erros da transformação apresentam amplitudes de 50 e 40 cm e erros máximos absolutos de 32 e 23 cm para a longitude e latitude, respetivamente, com um desvio padrão inferior a 4 cm para ambas as componentes. O erro máximo na altitude foi de 23 cm, com um desvio padrão de 2 cm.



1. Introdução

No âmbito de um estágio curricular efetuado no Instituto Geográfico do Exército (IGeoE), e inserido no projeto MEDIR daquele instituto, desenvolveu-se um estudo comparativo de métodos de transformação de coordenadas para integrar o modelo ETL (*Extract, Transform and Load*) de dados que respeitam a diretiva europeia INSPIRE. Com este modelo, pretende-se obter uma ferramenta automática que transforme a informação geográfica produzida pelo IGeoE, em conformidade com as normas da diretiva definidas em INSPIRE (2009), de modo a que possa ser incluída na infraestrutura europeia de dados geográficos (Freitas, 2013). O presente estudo insere-se na primeira fase desse projeto e tem como objetivo primordial a análise das implicações da adoção de novos modelos ou metodologias para a reprojeção da informação geográfica produzida no sistema de referência europeu adotado, o *European Terrestrial Reference System 1989* (ETRS89). No final do projeto apresentar-se-á a metodologia que melhor se adapte a esse propósito e que minimize também os custos financeiros e operacionais.

A transformação de coordenadas entre *data* não é exata e comporta vários tipos de erros que afetam a estimativa dos parâmetros e a precisão das coordenadas transformadas. Esta incerteza depende de vários fatores, tais como o número e distribuição dos vértices utilizados na estimação dos parâmetros, o erro das coordenadas desses vértices, o tipo de transformação, a zona a ser transformada, os parâmetros estimados, entre outros. Devido às deformações geométricas dos referenciais e às conseqüentes incertezas das coordenadas das respetivas rede geodésica, torna-se difícil obter uma transformação de coordenadas precisa e exata, na medida em que os parâmetros de transformação calculados para grandes áreas a nível regional ou nacional nem sempre conseguem modelar essa deformação. Deste modo, tornou-se um imperativo encontrar novas metodologias que permitissem minimizar os erros de transformação de coordenadas, nomeadamente, os erros associados à deformação geométrica dos referenciais, de forma eficiente e sem complexidade metodológica.

Em Portugal, foi introduzido o método das grelhas NTV2 (*National Transformation version 2*, de Jankins e Farley, 1995), por Gonçalves (2009) para a transformação dos sistemas de coordenadas *Datum Lisboa* e *Datum 73* para o sistema ETRS89, usando as diferenças de coordenadas geodésicas. Um método há muito tempo utilizado nos EUA e noutros países, como o Canadá e a Inglaterra, nomeadamente, para a transformação entre os *data* NAD27 e NAD83 (Gonçalves, 2009). Apesar de obter uma grelha regular para toda a área de estudo, este método possibilita restringir a transformação a uma área local, através da simples interpolação dos pontos vizinhos mais próximos, tornando a transformação eficiente e simples.

2. Transformação de Coordenadas

2.1 Motivação

Atualmente, é imprescindível a interoperabilidade eficaz entre os sistemas de dados definidos em diferentes sistemas de coordenadas. No que se refere ao processo de transformação de coordenadas entre sistemas distintos, o objetivo primordial é a minimização dos erros associados à própria transformação, resultando coordenadas precisas e exatas.

Em Portugal Continental, era habitual usar os métodos de transformação de coordenadas com parâmetros calculados para todo o território nacional. É o caso dos métodos de transformação polinomial e de *Bürsa-Wolf*, ou de *Molodensky*, ou mesmo, de outros métodos polinomiais. Estas transformações contêm erros associados, por vezes, superiores ao pretendido ou desejável (Fonseca, 2012). A modelação paramétrica aplicada de forma global para todo o território não revelou ser a melhor metodologia para muitas das aplicações que exigiam maior rigor, visto apresentarem erros de metros, normalmente localizados nas regiões extremas do norte e sul do território, muito por causa dos erros das coordenadas dos referenciais associados.

Por sua vez, no IGeoE, as transformações de coordenadas são efetuadas por blocos, dado que a informação cartográfica do Exército é recolhida e mantida dessa forma. A transformação por blocos, ou local, produz erros associados menores, dado o carácter regional da deformação das redes geodésicas e dos erros a ela associados. No entanto, para aplicar regionalmente os métodos convencionais por bloco, ou por áreas mais pequenas, é necessária a estimativa de vários conjuntos de parâmetros, o que implica trabalho adicional e uma maior complexidade computacional na transformação da informação geográfica. A transformação por blocos acarreta ainda outros problemas, uma vez que, após a transformação, a informação geográfica em



termos posicionais pode não coincidir na fronteira dos blocos, resultando em informação incoerente e não conforme. Sendo sempre necessário verificar e corrigir as eventuais incoerências e não-conformidades na transição dos blocos.

Com o aparecimento do método das grelhas, a transformação de coordenadas tornou-se um processo menos moroso e com erros associados menores (Gonçalves, 2009). Neste novo método, deixam de existir conjuntos de parâmetros de transformação, sendo apenas necessário calcular as diferenças de coordenadas dos vértices geodésicos entre os dois sistemas de referência convertidas em grelhas regulares. Deste modo, suprime-se um dos principais problemas dos métodos convencionais, a determinação de parâmetros, e limita-se ainda a transformação à área local de aplicação que corresponde a uma pequena área específica da grelha.

A transformação *Bürsa-Wolf* apresenta erros significativos quando por exemplo, existem deformações geométricas num ou nos dois referenciais, como é o caso do *Datum* Lisboa, devido às "distorções" da rede geodésica. Com base no conceito do método das grelhas, procurou-se melhorar esta transformação ao nível da precisão final das coordenadas transformadas. Pretendia-se assim, fazer um estudo de análise de precisão do método e do erro associado à distribuição dos resíduos das coordenadas transformadas.

2.2 Transformação *Bürsa-Wolf* com correção residual

Nos sistemas de referência geodésicos, aos quais estão associados um elipsoide de referência, como é o caso dos sistemas aqui usados, *datum* Lisboa e ETRS89, os vértices geodésicos podem ser representados por qualquer um dos sistemas de coordenadas geodésicas tridimensionais, cartesianas (X, Y, Z) e curvilíneas (φ, λ, h), devido à sua relação biunívoca. Nessa condição, todo e qualquer ponto ou vértice geodésico pode ser transformado em coordenadas geodésicas cartesianas. Tendo-se dois referenciais definidos em coordenadas cartesianas (X, Y, Z), por aplicação da transformação *Bürsa-Wolf* determinam-se um conjunto de 7 parâmetros (3 translações, 3 rotações e um fator de escala) que transformam as coordenadas de um sistema no outro.

Os 7 parâmetros da transformação *Bürsa-Wolf* são estimados entre quaisquer dois *data* a partir de um conjunto de pontos da rede geodésica previamente selecionado, cujas respetivas coordenadas cartesianas sejam conhecidas, com uma exatidão tal que não comprometa o resultado da transformação. A determinação é feita através de um ajustamento de mínimos quadrados sobre o modelo (1), a partir do qual se obtém a estimativa dos 7 parâmetros ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \theta_x, \theta_y, \theta_z, s$), as respetivas precisões e os resíduos das coordenadas dos pontos da transformação (Matos, J. 2008). Após a determinação dos 7 parâmetros entre os dois *data*, é possível aplicar o algoritmo de transformação de coordenadas, através da equação (1) simplificada, para se obterem coordenadas transformadas de pontos desconhecidos no segundo sistema de referência.

$$\begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix} = (1 + \hat{s}) \times R(\hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y, \hat{\theta}_z) \times \begin{pmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \\ Z_{d1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \widehat{\Delta X} \\ \widehat{\Delta Y} \\ \widehat{\Delta Z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \\ \hat{v}_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

Onde (X_{d1}, Y_{d1}, Z_{d1}) são as coordenadas de um dado ponto no sistema de referência origem, (X_{d2}, Y_{d2}, Z_{d2}) são as coordenadas desse mesmo ponto no sistema de referência destino, ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) são as componentes do vetor translação da origem (vetor que une os centros dos elipsoides), $R(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ é a matriz dos ângulos de rotação em torno dos eixos do *datum* de origem e (s) é o fator de escala (expresso em partes por milhão – ppm). O vetor (v_x, v_y, v_z) representam os resíduos, como estimativas dos erros das coordenadas usadas na determinação dos parâmetros através do ajustamento de mínimos quadrados.

No presente estudo, pretendeu-se melhorar os resultados da transformação convencional de *Bürsa-Wolf* aplicando-se adicionalmente o método das grelhas aos resíduos da transformação por forma a refinar a sua solução final, dando origem ao método *Bürsa-Wolf* com correção residual das coordenadas transformadas (equação 2). Num primeiro passo, é aplicada a transformação de coordenadas pelas equações de *Bürsa-Wolf* (equação 1 simplificada) com parâmetros estimados para todo o território de Portugal Continental e, num segundo passo, com base num algoritmo desenvolvido, é aplicada uma correção residual (equação 2) a cada uma das componentes resultantes da transformação convencional.



$$\begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix}_{Cor} = \begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

A correção residual aplicada às coordenadas transformadas (2) é determinada por interpolação a partir dos valores vizinhos de uma grelha previamente calculada a partir dos resíduos da estimativa dos parâmetros de transformação *Bursa-Wolf* expressos em (1). Acoplado ao algoritmo convencional de transformação de coordenadas, aplica-se um mapeamento da distribuição dos resíduos estimados, numa grelha definida em coordenadas geodésicas e determinados por interpolação. A partir dessas grelhas, definidas para cada uma das componentes (X, Y, Z), determina-se por interpolação local a correção residual para cada conjunto de coordenadas transformadas.

Para a correção residual aplicada à transformação *Bursa-Wolf*, as grelhas de resíduos são definidas para todo o território de Portugal Continental. Assim, foram geradas grelhas para o intervalo de 10° W a 6° W em longitude e de 36.5° N a 42.5° N em latitude, com um espaçamento de 0.05° (Figura 1). A utilização de todos os pontos de resíduos para a interpolação dos nós das grelhas, bem como, a utilização de diferentes parametrizações e métodos de interpolação conduzem a resultados diferentes. Para a geração das grelhas, analisaram-se diversos métodos de interpolação e respetivos parâmetros de entrada, de maneira a avaliar a qualidade dos resultados. Testaram-se também, diferentes espaçamentos da grelha e a variação do número de pontos usados, obtendo-se, para diferentes situações, alterações significativa dos resultados. Verificou-se assim, que existem vários fatores que influenciam a precisão e a qualidade dos resultados obtidos neste novo método, bem como nos resultados do método das grelhas. Desses fatores, o mais significativo foi a distribuição geográfica e a quantidade de pontos. Quanto mais distribuídos e quanto maior o número de pontos, melhor será o resultado da correção residual. Outro parâmetro que influencia os resultados é o espaçamento da grelha. Concluiu-se que a grelha com espaçamento de 0.025° conduz a uma melhor precisão final do que com espaçamento de 0.05°. A componente em que mais verifica essa melhoria significativa é a altitude elipsoidal.

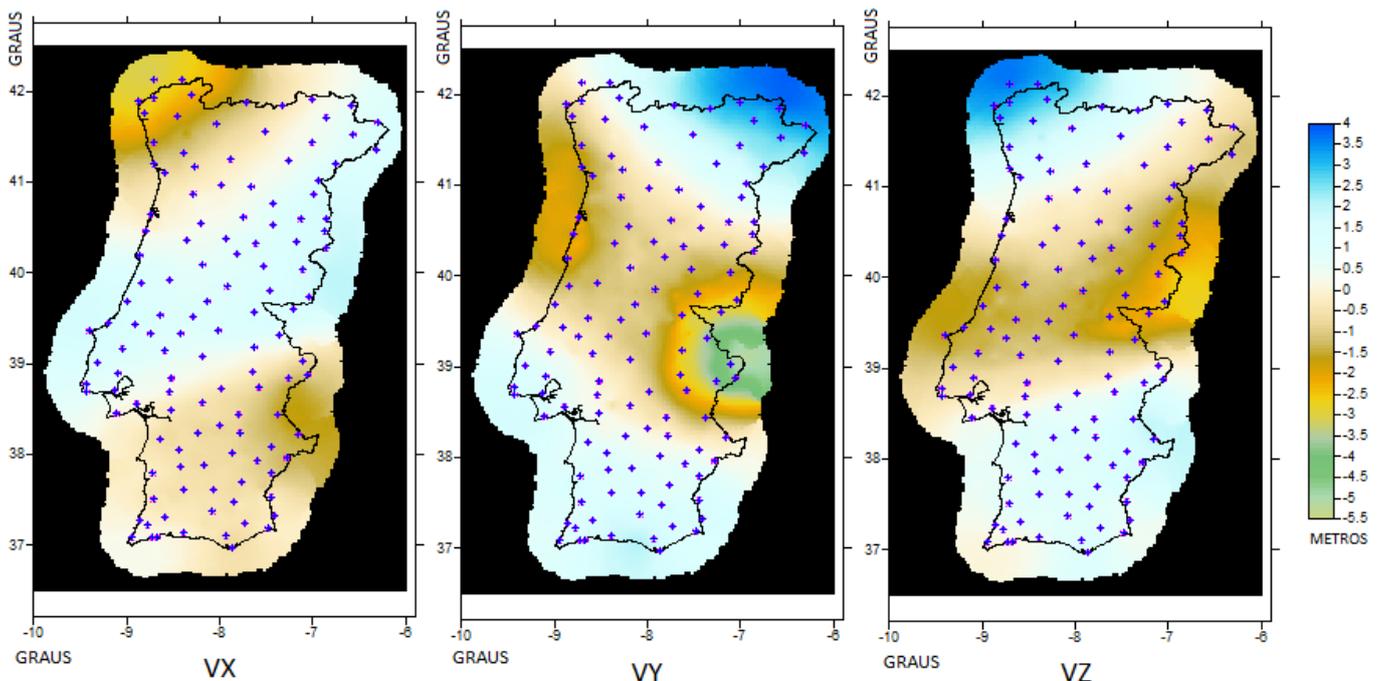


Figura 1 – Grelhas de resíduos das componentes X, Y, e Z.



Em relação ao método de interpolação e aos seus parâmetros de entrada, com os poucos testes que foram feitos, foi possível concluir que estes podem influenciar os resultados, como evidenciam as diferenças do método *Kriging* com diferentes modelos de variograma. A título de exemplo, foram estudados o variograma linear e o variograma de *Gauss*. Por não se terem testado todos os métodos e todos modelos de variograma, não se consegue antever até que ponto a interpolação de *Kriging* com variograma de *Gauss* é ou não a melhor escolha. Mais importante que a quantidade de pontos é a qualidade dos pontos selecionados (em termos de valor de resíduos) que influencia os resultados. Quanto maior for a amplitude dos resíduos, pior o resultado obtido, o que pode constituir uma vantagem para este método em alternativa ao método das grelhas convencional, já que a redução da amplitude dos resíduos com a prévia aplicação das transformação simples de *Bürsa-Wol* permite uma melhoria dos resultados finais. Para melhorar os resultados, podemos eliminar os pontos que apresentam maiores resíduos e que contribuem para algum enviesamento (considerando-os *outliers*). Neste estudo, e por opção, não foi analisada a seleção e rejeição de *outliers*, porque os resíduos, com as devidas exceções, representam distorções reais dos referenciais geodésicos que devem ser consideradas na transformação.

Esta conjugação de metodologias mostrou-se bastante eficiente, na medida em que, apesar de se tratar de uma transformação tridimensional de âmbito global, com uma correção residual local (por interpolação bilinear da grelha de resíduos) foi possível corrigir as coordenadas transformadas e melhorar a sua precisão, como de uma transformação local se tratasse.

2.3 Resultados

Os resultados apresentados são determinados com parâmetros e grelhas calculadas especificamente com dados do IGeoE. No entanto, realizou-se um teste com os parâmetros oficiais da DGT, que conduziu a resultados semelhantes. A estatística da transformação *Bürsa-Wol* com correção residual de 959 pontos (1ª e 2ª ordem), como mostra o Quadro 1, apresenta uma amplitude de erro na longitude de cerca de 50 cm e na latitude de cerca de 40 cm, sendo o erro máximo absoluto de 32 cm na longitude e de 23 cm na latitude. O desvio padrão (DP) situa-se entre os 3 e 4 cm na longitude e latitude. Na altitude elipsoidal, o erro máximo é de 23 cm e o DP de 2 cm.

Quadro 1 – Estatística dos resíduos de 959 pontos da transformação de *Datum* Lisboa para ETRS89 (método: *Kriging*, variograma linear e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Erro	LONG	LAT	h	h (c/ geóide)	M	P
Máximo (m)	0,215	0,226	0,227	0,718	0,212	0,246
Média (m)	-0,0009	0,0002	-0,0001	-0,0043	-0,0005	0,0004
Mínimo (m)	-0,317	-0,173	-0,118	-0,470	-0,278	-0,189
DP (m)	0,032	0,038	0,022	0,067	0,022	0,020

Para testar e validar este novo método, *Bürsa-Wol* com correção residual, usaram-se ainda 6955 pontos de 3ª ordem (pontos de validação que não foram utilizados na geração da grelha, nem na determinação dos parâmetros). Concluiu-se que o método apresenta erros muito pequenos face à transformação simples de *Bürsa-Wol*, como evidencia o

Neste estudo, foram comparados os resultados de três métodos de transformação de coordenadas para Portugal Continental: o método polinomial, o método das grelhas e este novo método de *Bürsa-Wol* com correção residual. O método polinomial é também usado pelo IGeoE e já foi objeto de análise num estudo anterior (Platier, 2003) realizado naquela instituição e que foi útil para a análise dos resultados obtidos no estudo aqui reportado.

O estudo comparativo foi ainda aplicado a três *data* distintos: *Datum* Lisboa, *World Geodetic System* 1984 (WGS84) e ETRS89. Mas como os dados disponíveis no WGS84 não tinham uma distribuição uniforme e eram em quantidade reduzidos comparativamente aos dados dos restantes *data*, os testes finais de validação do método acabaram por ser feitos apenas com a transformação do *Datum* Lisboa para o ETRS89.



Quadro 2, só comparável com os melhores resultados do método das grelhas. Para esta estatística, foram excluídos apenas 4 pontos que apresentavam erros grosseiros, por não ter sido possível serem corrigidos. Obteve-se um DP na ordem de 7 cm para as componente da latitude e longitude, com uma amplitude de erro da ordem de 1.3 m, sendo o máximo absoluto de 80 cm para a longitude e para a latitude de 65 cm. Na altitude elipsoidal foram feitas duas abordagens, uma determinando a transformação e respetivas grelhas de resíduos usando-se diretamente a altitude ortométrica no *datum* Lisboa, e a outra calculando-se previamente a respetiva altitude elipsoidal com o recurso à aplicação do modelo de geóide GEODPT08 à altitude ortométrica. A amplitude da amostra dos erros de transformação situou-se em 1.25 m, sendo o máximo absoluto de 64 cm. O DP do erro na altitude elipsoidal, calculada pelo método com altitude ortométrica no *datum* Lisboa (coluna "h" da Tabela) foi de 6 cm, enquanto que para o caso da altitude elipsoidal do *Datum* Lisboa (coluna "h (c/ geóide)" da Tabela) calculada com o modelo GEODPT08 observa-se uma significativa melhoria do DP para os 3 cm.

Neste estudo, foram comparados os resultados de três métodos de transformação de coordenadas para Portugal Continental: o método polinomial, o método das grelhas e este novo método de *Bürsa-Wolf* com correção residual. O método polinomial é também usado pelo IGeoE e já foi objeto de análise num estudo anterior (Platier, 2003) realizado naquela instituição e que foi útil para a análise dos resultados obtidos no estudo aqui reportado.

O estudo comparativo foi ainda aplicado a três *data* distintos: *Datum* Lisboa, *World Geodetic System 1984* (WGS84) e ETRS89. Mas como os dados disponíveis no WGS84 não tinham uma distribuição uniforme e eram em quantidade reduzidos comparativamente aos dados dos restantes *data*, os testes finais de validação do método acabaram por ser feitos apenas com a transformação do *Datum* Lisboa para o ETRS89.

Quadro 2 – Estatística da transformação de 6955 pontos (método: *Kriging*, variograma: linear e anisotropia diferente, pontos: 3ª ordem, espaçamento da grelha de resíduos: 0.025°)

Erro	LONG	LAT	h	h (c/ geóide)	M	P
Mínimo (m)	-0.797	-0.649	-0.614	-0.549	-0.781	-0.623
Média (m)	-0,0007	0,0007	0,0069	-0,0003	-0,0010	0,0013
Máximo (m)	0.451	0.609	0.638	0.614	0.472	0.614
DP (m)	0.067	0.073	0.059	0.026	0.062	0.065

Ao comparar os três métodos mencionados, concluiu-se que o método *Bürsa-Wolf* com correção residual e o método das grelhas são métodos versáteis, rápidos, pouco complexos na transformação da informação geográfica do IGeoE e, acima de tudo fiáveis, pois são os métodos que apresentam erros significativamente mais pequenos. A transformação polinomial, além de apresentar erros superiores aos dos outros dois métodos, implica um acréscimo de dificuldade na transformação por blocos.

Na transformação por blocos em zonas estrategicamente escolhidos, um no Norte, outro no Centro e um no Sul, o método das grelhas apresenta resultados ligeiramente melhores, obtendo-se com esse método erros finais inferiores ao do método *Bürsa-Wolf* com correção residual. No entanto, o método *Bürsa-Wolf* com correção residual na transformação global sobre o território de Portugal Continental apresenta uma amplitude de erro menor, com menor dispersão, ou seja, com uma distribuição de erros muito mais concentrada em torno de zero.

Neste estudo, valorizou-se mais a menor amplitude da amostra dos erros da transformação, mesmo sendo o DP ligeiramente maior. Isto é, pretendia-se que os máximos e mínimos fossem o mais reduzidos possível, minimizando os extremos de forma a minimizar a influência da deformação do *datum* origem, normalmente aquele que apresenta maiores distorções geométricas.

Na Figura 2, verifica-se que os erros apresentados pelo método *Bürsa-Wolf* com correção residual se concentram mais em torno de 0. Estes resultados evidenciam uma amostra mais concentrada, como menor dispersão, comparativamente ao método das grelhas. Pela diferença evidenciada no intervalo de percentil 5-95% na Figura 2, conclui-se que existe uma maior



dispersão do erro na transformação do método das grelhas (MG) relativamente à transformação no método *Bürsa-Wolf* com correção residual (BW+CR). No método das grelhas, 90% dos erros encontram-se distribuídos entre -4 e 4 cm na longitude e entre -6 e 6 cm na latitude. Desta comparação, retirou-se a análise da altitude elipsoidal, pelo facto do método das grelhas não ser aplicado à altitude, apenas às coordenadas geodésicas de latitude e longitude. Não foi considerado, de igual modo, o método polinomial nesta comparação pois a sua transformação na área de Portugal Continental apresenta erros superiores a um metro, saindo as respetivas curvas de frequência fora da escala deste gráfico.

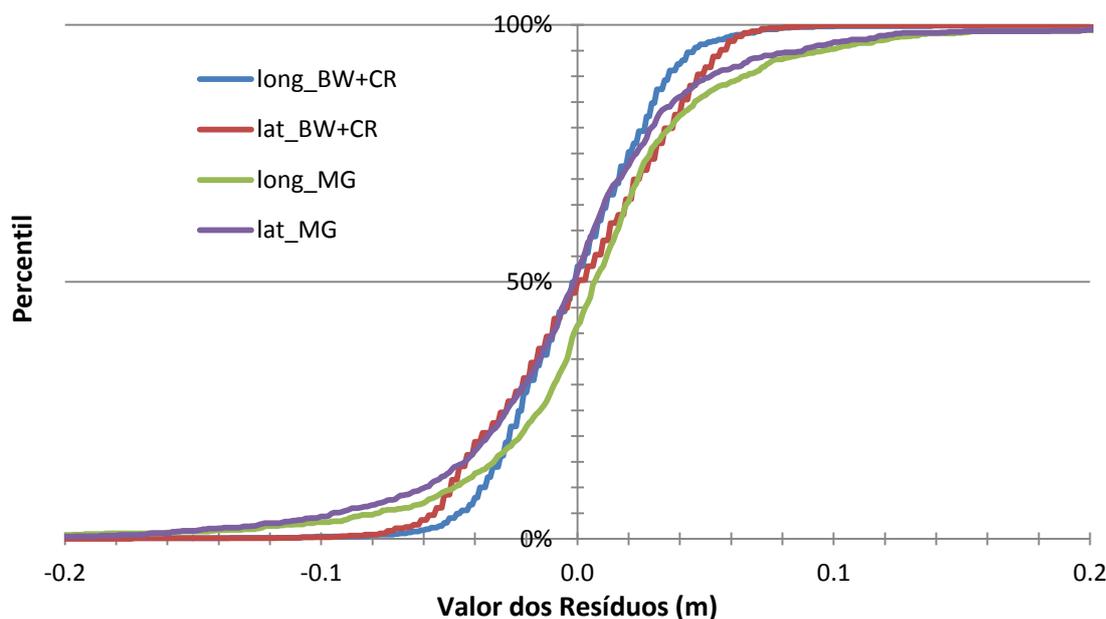


Figura 2 – Percentil da amostra dos erros da transformação de coordenadas de 959 pontos (1ª e 2ª ordem), no método das grelhas (MG) e de *Bürsa-Wolf* com correção residual (BW+CR).

3. Conclusões

Diversos fatores podem influenciar os resultados deste novo método, de entre eles, o número de vértices para a interpolação das grelhas e sua distribuição, o método e parâmetros de interpolação das grelhas e o erro associado às coordenadas dos vértices usados na estimação dos parâmetros de transformação. Destes fatores, o mais relevante é o número de vértices para a interpolação das grelhas e sua distribuição. Igualmente importante é o erro associado às coordenadas dos vértices, mas de menor influência. Por esse motivo, decidiu-se que não seria aplicada a eliminação de *outliers*, de modo a poder-se incluir todas as deformações e distorções dos referenciais geodésicos, cujo respetivo impacto na transformação final é significativamente atenuado pela aplicação da correção residual.

Em síntese, o método *Bürsa-Wolf* com correção residual é um método global de aplicação local. Limitando o cálculo da correção residual, de influência local, aos nós da grelha mais próximos, o que permite corrigir eficientemente as coordenadas da transformação *Bürsa-Wolf* e simplificar o cálculo da transformação tornando-o relativamente rápida. O método, por ser aplicado diretamente às coordenadas retangulares geocêntricas, permite transformar as três componentes das coordenadas geodésicas, ao contrário do método das grelhas que é só aplicado às coordenadas geodésicas curvilíneas, latitude e longitude. Este novo método possibilita dois níveis de precisão, uma de menor precisão, aplicando-se apenas o método simples de *Bürsa-Wolf*, e outro mais refinado, com a adicional correção residual sempre que seja necessário maior precisão. As duas etapas do método, a transformação *Bürsa-Wolf* e a correção residual pelo método das grelhas expressas nas equações (1) e (2), são independentes, pelo que podem ser aplicadas em separados ou em conjunto, tornando o método mais versátil e mais abrangente ao nível das diferentes aplicações possíveis.



Uma das aplicações onde o método pode apresentar uma grande vantagem é no posicionamento RTK, fazendo uso da capacidade da mensagem no formato RTCM3.1 poder incluir parcialmente a grelha dos resíduos da transformação *Bürsa-Wolf*, possibilitando assim, uma transformação de coordenadas com precisão ao nível do próprio método RTK.

A utilização prática do método de *Bürsa-Wolf* com correção residual e a sua inclusão nos diferentes *softwares* dependerá muito do desenvolvimento futuro de módulos e aplicações que o possam incluir nos programas que recorrem a este tipo de transformação de coordenadas.

Agradecimentos

Ao Instituto Geográfico do Exército, o nosso apreço pela possibilidade de integrar a sua equipa de colaboradores, no âmbito do estágio, bem como, a disponibilização e acesso aos dados. Um agradecimento especial ao Major Freitas e ao Major Mira, pela disponibilidade demonstrada e pelos preciosos contributos para a realização do estudo.

Referências Bibliográficas

- Matos, J. (2008). Fundamentos de Informação Geográfica. Lidel, 6ª Edição. Lisboa.
- Fonseca, D. (2012). Estudo comparativo entre as diferentes metodologias e sistemas de coordenadas usados em Portugal. Instituto Geográfico do Exército. Boletim IGeoE 2012.
- Freitas, A. (2013). O INSPIRE e o IGeoE. Boletim IGeoE 2013.
- Gonçalves, J. (2009). Conversões de Sistemas de Coordenadas Nacionais para ETRS89 Utilizando Grelhas. VI Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia. Lidel. Lisboa.
- INSPIRE, (2009). INSPIRE Specification on Coordinate reference systems. INSPIRE_Specification_CRS_v3.0, TWG-RS.
- Junkins, D., Farley, S. (1995). National Transformation Version 2 - NTv2 User's Guide. Natural Resources Canada, Geodetic Survey Division.
- Platier, T. (2003). Transformação da cartografia do IGeoE. Relatório de estágio Curricular de Engenharia Geográfica. FCUL.